



Sistema Universitario de Multimodalidad Educativa

CLASE DIGITAL 3

(Operaciones con funciones)

0.1. Presentación del contenido

¡Bienvenido a tu clase digital 3!

En esta clase digital, corta pero importante, te familiarizarás con las operaciones sobre funciones, a saber, la suma, resta, producto cociente y composición de funciones. El saber como operar con funciones es fundamental antes de proseguir con el contenido del curso. Sin más preámbulos, ¡iniciamos!

0.2. Desarrollo del contenido

Iniciamos con la clase digital 3.

0.2.1. Operaciones con Funciones

Definition 1. (Operaciones con funciones) Sean f y g funciones.

(a) Definimos la *suma* de f y g como la función

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x).$$

(b) Definimos la *resta* de f y g como la función

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x).$$

(c) Definimos el *producto* de f y g como la función

$$(fg)(x) = f(x)g(x).$$

(c) Definimos el *cociente* de f y g como la función

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

El dominio de $f + g$, $f - g$, y de fg es la intersección de los dominios de f y g , es decir,

$$\text{dom}(f + g) = \text{dom}(f - g) = \text{dom}(fg) = \text{dom}(f) \cap \text{dom}(g).$$

El dominio de f/g es

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right) = \text{dom}(f) \cap \text{dom}(g) \cap \{x : g(x) \neq 0\}.$$

Example 1. Si $f(x) = x^2 - 2x + 1$ y $g(x) = x^2 + 1$, entonces

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = 2x^2 - 2x + 2.$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = -2x.$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1.$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}.$$

Existe todavía otra manera de combinar dos funciones, la composición.

Definition 2. (Composición de funciones) Sean f y g funciones. Definimos la *composición* de f y de g como la función

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

El dominio de $f \circ g$ es el conjunto

$$\text{dom}(f \circ g) = \{x : x \in \text{dom}(g) \text{ y } g(x) \in \text{dom}(f)\}.$$

Example 2. (Composición de funciones)

(a) Si $f(x) = \sin(x)$ y $g(x) = x^2$, entonces

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sin(x^2).$$

(b) Si $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = x + 1$, entonces

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{x + 1}.$$

(c) Si $f(x) = \sqrt{2x + x^2}$ y $g(x) = x + 1$, entonces

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= \sqrt{2(x + 1) + (x + 1)^2} \\ &= \sqrt{x^2 + 4x + 3}.\end{aligned}$$

0.3. Conclusiones y énfasis de ideas clave

En esta clase aprendiste las operaciones entre funciones: suma, resta, producto, división y composición. Es importante señalar que es de suma importancia familiarizarse con las operaciones de funciones, sobre todo con la composición pues las usaremos a lo largo de todo el curso.

¡Espero hayas disfrutado esta clase!

Saludos,
Dr. Fernando Núñez Medina
Departamento de Matemáticas
DCNE UG.

Referencias

1. Larson, Hostetler y Edwards, *Cálculo* 10 ed, Cengage, México 2014.
2. F. Nuñez Medina. *Cálculo I para Todos*. Notas de clase 2020.
3. E. W. Swokowski. *Calculo*. Editorial Interamericana, 1998.