



Sistema Universitario de Multimodalidad Educativa

### CLASE DIGITAL 3

#### (Operaciones con funciones)

## 0.1. Presentación del contenido

¡Bienvenido a tu clase digital 3!

En esta clase digital, corta pero importante, te familiarizarás con las operaciones sobre funciones, a saber, la suma, resta, producto cociente y composición de funciones. El saber como operar con funciones es fundamental antes de proseguir con el contenido del curso. Sin más preámbulos, ¡iniciamos!

## 0.2. Desarrollo del contenido

Iniciamos con la clase digital 3.

### 0.2.1. Operaciones con Funciones

**Definition 1. (Operaciones con funciones)** Sean  $f$  y  $g$  funciones.

(a) Definimos la *suma* de  $f$  y  $g$  como la función

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x).$$

(b) Definimos la *resta* de  $f$  y  $g$  como la función

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x).$$

(c) Definimos el *producto* de  $f$  y  $g$  como la función

$$(fg)(x) = f(x)g(x).$$

(c) Definimos el *cociente* de  $f$  y  $g$  como la función

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}.$$

El dominio de  $f + g$ ,  $f - g$ , y de  $fg$  es la intersección de los dominios de  $f$  y  $g$ , es decir,

$$\text{dom}(f + g) = \text{dom}(f - g) = \text{dom}(fg) = \text{dom}(f) \cap \text{dom}(g).$$

El dominio de  $f/g$  es

$$\text{dom}\left(\frac{f}{g}\right) = \text{dom}(f) \cap \text{dom}(g) \cap \{x : g(x) \neq 0\}.$$

---

*Example 1.* Si  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  y  $g(x) = x^2 + 1$ , entonces

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = 2x^2 - 2x + 2.$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = -2x.$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1.$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}.$$

---

Existe todavía otra manera de combinar dos funciones, la composición.

**Definition 2. (Composición de funciones)** Sean  $f$  y  $g$  funciones. Definimos la *composición* de  $f$  y de  $g$  como la función

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)).$$

El dominio de  $f \circ g$  es el conjunto

$$\text{dom}(f \circ g) = \{x : x \in \text{dom}(g) \text{ y } g(x) \in \text{dom}(f)\}.$$

---

**Example 2. (Composición de funciones)**

(a) Si  $f(x) = \sin(x)$  y  $g(x) = x^2$ , entonces

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sin(x^2).$$

(b) Si  $f(x) = \sqrt{x}$  y  $g(x) = x + 1$ , entonces

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \sqrt{x + 1}.$$

(c) Si  $f(x) = \sqrt{2x + x^2}$  y  $g(x) = x + 1$ , entonces

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= \sqrt{2(x + 1) + (x + 1)^2} \\ &= \sqrt{x^2 + 4x + 3}.\end{aligned}$$

---

### 0.3. Conclusiones y énfasis de ideas clave

En esta clase aprendiste las operaciones entre funciones: suma, resta, producto, división y composición. Es importante señalar que es de suma importancia familiarizarse con las operaciones de funciones, sobre todo con la composición pues las usaremos a lo largo de todo el curso.

¡Espero hayas disfrutado esta clase!

Saludos,  
Dr. Fernando Núñez Medina  
Departamento de Matemáticas  
DCNE UG.



# Referencias

1. Larson, Hostetler y Edwards, *Cálculo* 10 ed, Cengage, México 2014.
2. F. Nuñez Medina. *Cálculo I para Todos*. Notas de clase 2020.
3. E. W. Swokowski. *Calculo*. Editorial Interamericana, 1998.