Unidad 1: Cinemática

1.1 Conceptos básicos de física

1.1.1 Definición de física

Estudia los cambios de la materia en cuanto a su posición o forma.

1.1.2 Fenómeno físico

Ocurre cuando los cuerpos experimentan cambios en su posición o forma sin alterar su estructura molecular.

Ejemplo: Lanzar un cuerpo, flexionar una varilla, elevar la temperatura de un cuerpo o mover una caja.

1.1.3 Mecánica

Estudia el movimiento de los cuerpos.

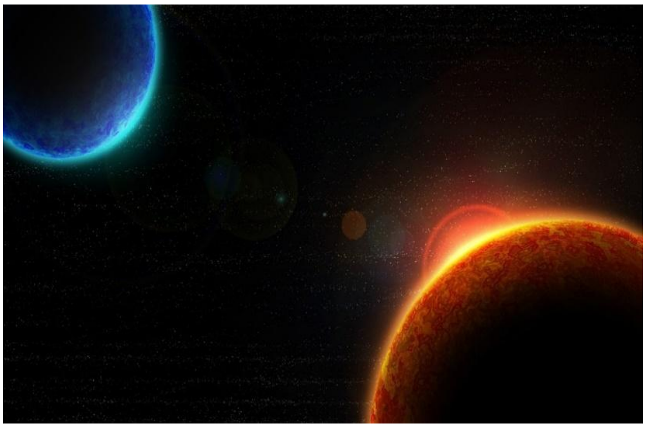
1.1.4 Cinemática

Estudia el movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que lo originan.

1.2 Características de los fenómenos mecánicos

Tienen como característica común el movimiento.

Ejemplos: Caída de cuerpos, movimiento de un auto, el choque de dos cuerpos o movimiento de los planetas.



1.3 Movimiento rectilíneo uniforme

Movimiento en que los cuerpos se desplazan en una trayectoria recta con velocidad constante y recorren distancias iguales en tiempos iguales. Ejemplo: Un auto por cada hora que transcurre recorre 150 km.

Las características que definen al movimiento rectilíneo uniforme son:

- Posición: Lugar que ocupa un cuerpo con respecto a un marco de referencia.
- Trayectoria: Cambio imaginario seguido por un cuerpo para ir de una posición a otra.
- Distancia: Longitud de una trayectoria.
- Desplazamiento: Segmento de recta dirigido (vector) que une al punto de inicio con el punto final de una trayectoria.

1.3.1 Velocidad

Es la distancia recorrida por un objeto en una unidad de tiempo.

1.3.2 Velocidad media

Es la razón entre el desplazamiento de un cuerpo y el intervalo de tiempo en que sucedió dicho desplazamiento.

$$v = \frac{Desplazamiento}{Tiempo}$$

En el movimiento rectilíneo uniforme, la velocidad media se define como la razón entre la distancia total recorrida por el cuerpo y el tiempo total que tarda en recorrer dicha distancia.

$$v = \frac{desplazamiento}{tiempo} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i}$$

Donde:	
$d_i = posición\ inicial$	$t_i = tiempo\ inicial$
$d_f = posición\ final$	$t_f = tiempo\ final$

Si $d_f - d_i = d$ y $t_f - t_i = t$ entonces $v = \frac{d}{t}$, además $d = v * t$ y $t = \frac{d}{v}$

Donde:
$d = distancia\ total\ [m,\ km,\ ft]$
$t = tiempo\ total\ [s,\ h]$
$v = velocidad\ media \left[\frac{m}{s}, \frac{km}{h}, \frac{ft}{s}\right]$

Ejemplos:

Ejemplo 1:

Un cuerpo recorre 350 kilómetros en 5 horas. ¿Cuál es su velocidad media en ese intervalo de tiempo?

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$d = 350\ km$ $t = 5\ h$ $v =\ ¿?$	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{350\ km}{5\ h}$	$v = 70\frac{km}{h}$

Los km/h son una unidad de la velocidad media que se obtienen al dividir kilómetros entre horas.

Ejemplo 2:

Un auto va de una ciudad a otra, el viaje lo realiza en dos etapas, en la primera etapa recorre 300 km en 4 horas. En la segunda etapa recorre 600 km en 5 horas. ¿Cuál es la velocidad media que desarrolla el auto en la segunda etapa? ¿Cuál es la velocidad media que desarrolla el auto en todo el viaje?

Solución:

- Se calcula la velocidad media en la primera etapa del viaje:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$d = 300\ km$ $t = 4\ h$ $v =\ ¿?$	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{300\ km}{4\ h}$	$v = 75\frac{km}{h}$

Para calcular la segunda etapa del viaje se debe de calcular primero la velocidad media de la primera etapa del viaje, teniendo la unidad km/h, que resulta de dividir kilómetros entre horas.

- Se calcula la velocidad media en la segunda etapa del viaje:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$d = 600\ km$ $t = 5\ h$	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{600\ km}{5\ h}$	$v = 120\frac{km}{h}$

$v = ¿?$			

Ya que se obtuvo la velocidad media de la segunda etapa del viaje, teniendo la unidad km/h, que resulta de dividir kilómetros entre horas.

- Se calcula la velocidad media de todo el viaje:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$d = 900\ km$ $t = 9\ h$ $v = ¿?$	$v = \frac{d}{t}$	$v = \frac{900\ km}{9\ h}$	$v = 100 \frac{km}{h}$

Para calcular la velocidad media de todo el viaje, se deben de sumar la distancia de la primera etapa que son 300 km más la distancia de la segunda etapa que son 600 km dando una distancia de 900 km, al igual también se deben de sumar el tiempo de la primera etapa que son 5 horas más el tiempo de la segunda etapa que son 4 horas dando un tiempo total de 9 horas. Una vez obtenidos los datos de las sumas de las distancias y los tiempos, se calcula la velocidad media de todo el recorrido que sus unidades serán medidas en km/h.

Ejemplo 3:

Una partícula viaja a razón de 4 m/s. ¿Qué distancia recorre al cabo de 5 minutos?

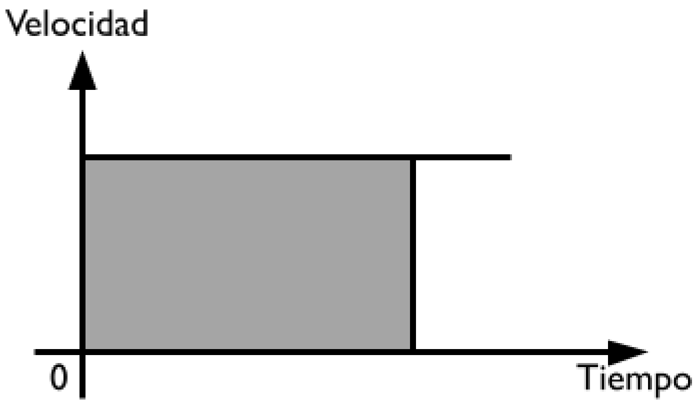
Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v = 4 \frac{m}{s}$ $t = (5\ min)(60\ s) = 300\ s$ $d = ¿?$	$d = v * t$	$d = \left(4 \frac{m}{s}\right)(300\ s)$	$d = 1200\ m$

El tiempo que es de 5 minutos, que se convierte en segundos multiplicándolo por 60 segundos dando como resultado 300 segundos, ya que la velocidad está siendo medida con las unidades m/s. Al obtener la distancia en la multiplicación, se eliminan los segundos por lo tanto las unidades del resultado final del ejercicio son metros.

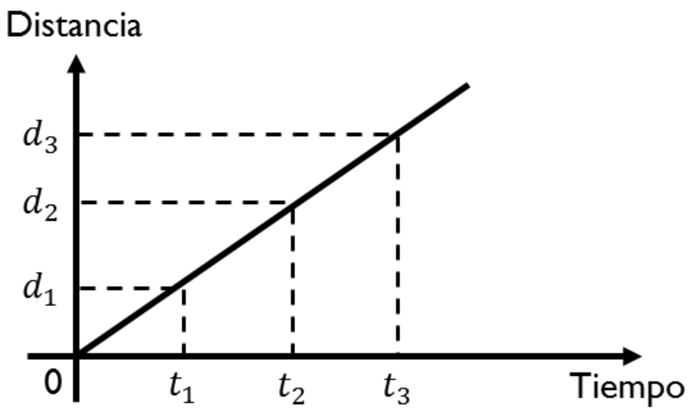
1.3.2 Gráficas representativas del movimiento rectilíneo uniforme

Gráfica de $v - t$:



En la gráfica la velocidad v permanece constante, el área de la región sombreada representa la distancia d recorrida por el móvil de un tiempo t.

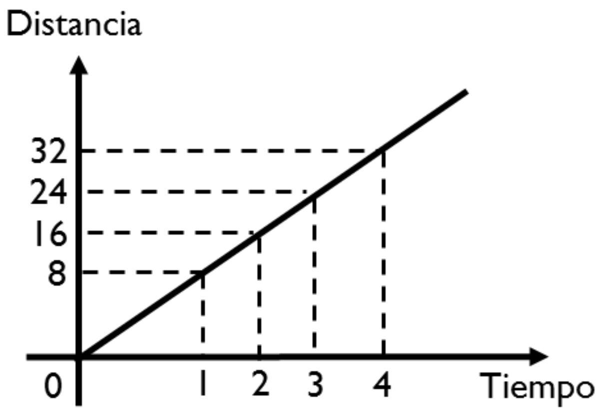
Gráfica $d - t$:



La gráfica muestra la distancia d recorrida por un cuerpo en un tiempo t, la pendiente de la recta representa la velocidad v con que se mueve dicho cuerpo.

Ejemplo 1:

La siguiente gráfica describe la distancia d recorrida por un cuerpo respecto al tiempo t. De acuerdo con ella, ¿cuál es el valor de la velocidad media del cuerpo en el intervalo de $t_i = 2\,s$ a $t_f = 4\,s$?



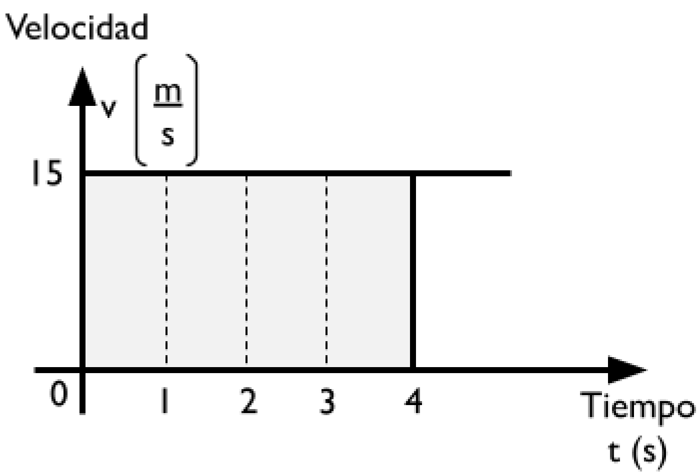
Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$t_i = 2\,s \rightarrow d_i = 16\,m$ $t_f = 4\,s \rightarrow d_f = 16\,m$	$v = \frac{desplazamiento}{tiempo} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i}$	$v = \frac{32\,m - 16\,m}{4\,s - 2\,s} = \frac{16\,m}{2\,s}$	$v = 8\frac{m}{s}$

El resultado de la resta de la distancia final menos la inicial se divide entre el resultado de la resta del tiempo final menos el inicial y el resultado de la división dará como resultado la velocidad media con las unidades m/s ya que estas unidades se obtienen al dividir metros entre segundos.

Ejemplo 2:

El movimiento de un cuerpo se describe en esta gráfica. ¿Cuál de las afirmaciones es verdadera?



a) La distancia recorrida por el cuerpo desde t = 1 s hasta t = 4 s es de 60 m
b) La distancia recorrida por el cuerpo desde t = 0 hasta t = 2 s es de 15 m
c) La distancia recorrida por el cuerpo desde t = 1 s hasta t = 3 s es de 30 m
d) La distancia recorrida por el cuerpo desde t = 0 hasta t = 4 s es de 45 m

Solución:

La gráfica muestra una velocidad constante de 15 m/s, la cual indica que por cada segundo que transcurre el cuerpo recorre 15 m, por tanto, la información correcta corresponde al inciso "c", ya que de 1 a 3 s el intervalo de tiempo es de 2 s, el resultado es el siguiente:

Fórmula	Sustitución	Resultado
$d = v * t$	$d = \left(15 \frac{m}{s}\right)(2\ s)$	$d = 30\ m$

Para calcular la distancia se multiplica la velocidad por el tiempo, al resolver la multiplicación se eliminan los segundos ya que se s/s = 1, por lo tanto, las unidades del resultado de la distancia son metros (m).

1.4 Movimiento uniformemente acelerado (MUA)

Movimiento en que los cuerpos mantienen constante su aceleración.

1.4.1 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

Es el que describen los cuerpos cuando se desplazan en una trayectoria rectilínea con aceleración constante.

Ejemplos:

- Un cuerpo que aumenta su velocidad en 3 m/s por cada segundo.
- Una fruta que cae de un árbol acelerada por la gravedad.
- Una pelota que es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s.

Aceleración: Es el cambio de velocidad de un cuerpo con respecto al tiempo.

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Si $t_f - t_i = t$ la fórmula se expresa como:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

Donde:
$v_i = velocidad\ inicial \left[\frac{m}{s}, \frac{km}{h}, \frac{ft}{s}\right]$
$v_f = velocidad\ final \left[\frac{m}{s}, \frac{km}{h}, \frac{ft}{s}\right]$
$t = intervalo\ de\ tiempo\ [s,\ h]$
$a = aceleración \left[\frac{m}{s^2}, \frac{km}{h^2}, \frac{ft}{s^2}\right]$

Ejemplo: Un móvil se mueve a razón de 40 m/s, después de 8 segundos se mueve a razón de 60 m/s. ¿Cuál es la aceleración del móvil?

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v_i = 40\frac{m}{s}$ $v_f = 60\frac{m}{s}$ $t = 8\,s$ $a = ¿?$	$a = \frac{v_f - v_i}{t}$	$a = \frac{60\frac{m}{s} - 40\frac{m}{s}}{8\,s} = \frac{20\frac{m}{s}}{8\,s}$	$a = 2.5\frac{m}{s^2}$

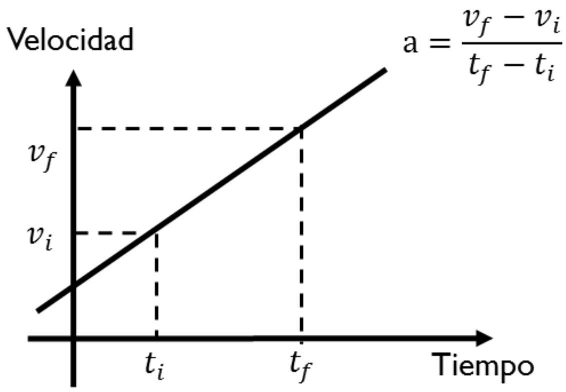
Las unidades de aceleración $\left(\frac{m}{s^2}\right)$ se obtienen aplicando la regla de multiplicar extremos por extremos

$$\left[\frac{\frac{m}{s}}{\frac{s}{1}}\right]$$

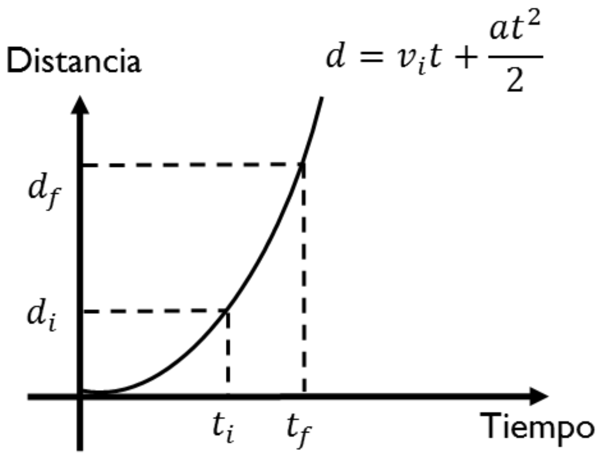
Al aplicar la regla de multiplicar extremos por extremos para tener un numerador y medios para obtener un denominador quedan como resultado las unidades de la aceleración:

$$\frac{m}{s^2}$$

1.4.2 Gráficas representativas del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado



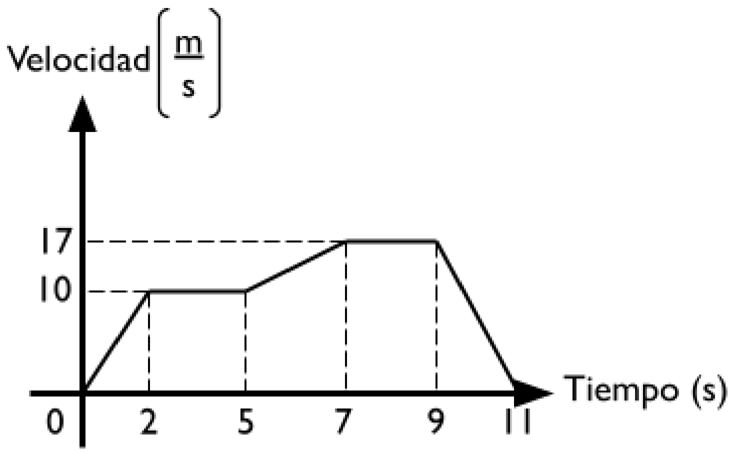
En la gráfica la pendiente de la recta representa la aceleración con que se mueve un cuerpo en un intervalo de tiempo.



La gráfica representa la distancia recorrida por un cuerpo con aceleración constante con respecto al tiempo.

Ejemplo:

La siguiente gráfica describe el movimiento de un cuerpo, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?



I. En los intervalos de 0 a 2 segundos y de 9 a 11 segundos el cuerpo se encuentra en MRU y con aceleración de 0.

II. En el intervalo de 2 a 5 segundos el cuerpo se mueve con aceleración igual a 0 y en el intervalo de 9 a 11 segundos se mueve con aceleración de -8.5 m/s^2.

III. En el intervalo de 0 a 2 segundos el cuerpo se encuentra en MRUA con aceleración de 5 m/s^2 y en el intervalo de 7 a 9 segundos se encuentra en MRU.

IV. En los intervalos de 2 a 5 segundos y de 7 a 9 segundos el cuerpo se encuentra en MRUA, con aceleraciones de 5 m/s^2 y de -8.5 m/s^2.

a) I y II b) Sólo IV c) <u>II y III **</u> d) Sólo II

Solución:

I. En el intervalo de 0 a 2 segundos el cuerpo se encuentra en MRUA, con aceleración de:

Fórmula	Sustitución	Resultado de a es:
$a = \frac{vf - vi}{t}$	$a = \frac{10\frac{m}{s} - 0\frac{m}{s}}{2\,s - 0\,s} = \frac{10\frac{m}{s}}{2\,s}$	$a = 5\frac{m}{s^2}$

Las unidades de aceleración $\left(\frac{m}{s^2}\right)$ se obtienen aplicando la regla de multiplicar extremos por extremos:

$$\left[\frac{\frac{m}{s}}{\frac{s}{1}}\right]$$

Al aplicar la regla de multiplicar extremos por extremos para tener un numerador y medios para obtener un denominador quedan como resultado las unidades de la aceleración:

$$\frac{m}{s^2}$$

II. En el intervalo de 2 a 5 segundos el cuerpo se encuentra en MRU, con aceleración de:

Fórmula	Sustitución	Resultado de a es:
$a = \frac{vf - vi}{t}$	$a = \frac{10\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s}}{5\,s - 2\,s} = \frac{0\frac{m}{s}}{3\,s}$	$a = 0\frac{m}{s^2}$

Las unidades de aceleración $\left(\frac{m}{s^2}\right)$ se obtienen aplicando la regla de multiplicar extremos por extremos:

$$\left[\frac{\frac{m}{s}}{\frac{s}{1}}\right]$$

Al aplicar la regla de multiplicar extremos por extremos para tener un numerador y medios para obtener un denominador quedan como resultado las unidades de la aceleración:

$$\frac{m}{s^2}$$

III. En el intervalo de 5 a 7 segundos el cuerpo se encuentra MRUA, con aceleración de:

Fórmula	Sustitución	Resultado de a es:
$a = \frac{vf - vi}{t}$	$a = \frac{17\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s}}{7\,s - 5\,s} = \frac{7\frac{m}{s}}{2\,s}$	$a = 3.5\frac{m}{s^2}$

Las unidades de aceleración $\left(\frac{m}{s^2}\right)$ se obtienen aplicando la regla de multiplicar extremos por extremos:

$$\left[\frac{\frac{m}{s}}{\frac{s}{1}}\right]$$

Al aplicar la regla de multiplicar extremos por extremos para tener un numerador y medios para obtener un denominador quedan como resultado las unidades de la aceleración:

$$\frac{m}{s^2}$$

IV. En el intervalo de 7 a 9 segundos el cuerpo se encuentra en MRU, con aceleración de:

Fórmula	Sustitución	Resultado de a es:
$a = \frac{vf - vi}{t}$	$a = \frac{17\frac{m}{s} - 17\frac{m}{s}}{9\,s - 7\,s} = \frac{0\,m}{2\,s}$	$a = 0\frac{m}{s^2}$

Las unidades de aceleración $\left(\frac{m}{s^2}\right)$ se obtienen aplicando la regla de multiplicar extremos por extremos:

$$\left[\frac{\frac{m}{s}}{\frac{s}{1}}\right]$$

Al aplicar la regla de multiplicar extremos por extremos para tener un numerador y medios para obtener un denominador quedan como resultado las unidades de la aceleración:

$$\frac{m}{s^2}$$

V. En el intervalo de 9 a 11 segundos el cuerpo se encuentra en MRUA, con aceleración de:

Fórmula	Sustitución	Resultado de a
$a = \frac{vf - vi}{t}$	$a = \frac{0\frac{m}{s} - 17\frac{m}{s}}{11\,s - 9\,s} = \frac{-17\,m}{2\,s}$	$a = -\,8.5\frac{m}{s^2}$

Las unidades de aceleración $\left(\frac{m}{s^2}\right)$ se obtienen aplicando la regla de multiplicar extremos por extremos:

$$\left[\frac{\frac{m}{s}}{\frac{s}{1}}\right]$$

Al aplicar la regla de multiplicar extremos por extremos para tener un numerador y medios para obtener un denominador quedan como resultado las unidades de la aceleración:

$$\frac{m}{s^2}$$

** De acuerdo con los resultados anteriores la respuesta correcta es la opción c: afirmaciones II y III.

$v_f = v_i + a * t$	$v_f^2 = v_i^2 + 2a * d$	$d = v_i * t + \frac{a*t^2}{2}$	$d = \frac{(v_i+v_f)*t}{2}$

Cuando un cuerpo parte del reposo, su velocidad inicial es igual a cero ($v_i = 0$), si el cuerpo se detiene o frena, entonces su velocidad final es igual a cero ($v_f = 0$).

Cuando la aceleración de un cuerpo es positiva ($a > 0$) la velocidad del cuerpo va aumentando, si la aceleración es negativa ($a < 0$) la velocidad del cuerpo va disminuyendo, la aceleración negativa también se le conoce como desaceleración.

Ejemplo 1:

Un cuerpo parte del reposo y se acelera a razón de 2.5 m/s^2. ¿Qué distancia recorre después de 8 segundos?

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v_i = 0$ $a = 25\frac{m}{s^2}$ $t = 8\,s$ $d = ¿?$	$d = v_i * t + \frac{a\cdot t^2}{2}$	$d = (0)(8\,s) + \frac{\left(2.5\frac{m}{s^2}\right)(8\,s)^2}{2}$ $d = 0 + \frac{\left(2.5\frac{m}{s^2}\right)64\,s^2}{2}$ $d = \frac{160\,m}{2}$	$d = 80\,m$

Antes de realizar la división, se elimina la unidad s^2, debido a que $\frac{s^2}{s^2} = 1$, por lo tanto, las unidades que quedan como resultado final son los metros (m).

Ejemplo 2:

Un móvil se mueve a razón de 15 m/s y se acelera a un ritmo de 1 m/s^2. ¿Cuál es su velocidad al cabo de 9 segundos?

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v_i = 15\frac{m}{s}$ $a = -1\frac{m}{s^2}$ $t = 9\,s$ $v_f = ¿?$	$v_f = v_i + a * t$	$v_f = 15\frac{m}{s} + \left(-1\frac{m}{s^2}\right)(9\,s)$ $v_f = 15\frac{m}{s} - 9\frac{m}{s}$ $v_f = 6\frac{m}{s}$	$v_f = 6\frac{m}{s}$

Al realizar la multiplicación de $\left(-1\frac{m}{s^2}\right)(9\,s)$, el resultado es $-9\frac{m}{s}$, debido a que en la multiplicación de $(-s^2)(s)$ queda $-s$, ya que por el tipo de signo de las unidades se realiza un resta o eliminación de los valores y quedando como resultado final las unidades $\frac{m}{s}$.

Ejemplo 3:

La posición de una partícula está dada por la función S(t) = 2t^2 – 7t + 8, donde t es el tiempo en segundos y S la posición en metros. ¿En qué tiempo la partícula ha recorrido 23 m?

a) 5 s ** b) 1.5 s c) 3 s d) 10 s

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$S(t) = 23\,m$ $t = ¿?$	$S(t) = 2t^2 - 7t + 8$	Se sustituye $S(t) = 23\,m$: $S(23) = 2t^2 - 7t + 8$ Se iguala a cero la expresión y se resuelve la ecuación cuadrática: $0 = 2t^2 - 7t + 8 - 23$ $0 = 2t^2 - 7t - 15$ De las dos expresiones se obtienen los valores de t: $0 = (t - 5)(2t + 3)$	$t = 5$ $t = -\frac{3}{2}s$

Los valores de $t = 5\,s$ y $t = -\frac{3}{2}\,s$ y estos se obtienen de la ecuación $0 = (t - 5)(2t + 3)$

Para sacar el valor de $t = 5$ se toma la primera expresión de la ecuación $0 = (t - 5)(2t + 3)$ y se despeja t:

$(t - 5)$	$\rightarrow$	Al cambiar el valor -5 de lugar, se cambia el signo quedando el valor 5 $5 = t$

Lo mismo se realiza para obtener el valor de $t = -\frac{3}{2}\,s$, tomando la segunda expresión de la ecuación $0 = (t - 5)(2t + 3)$ y se despeja t:

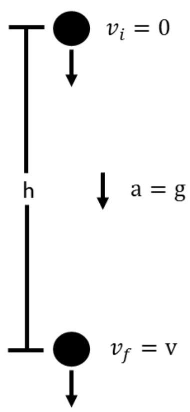
$(2t + 3)$	$\rightarrow$	Al cambiar el valor 3 de lugar, se cambia el signo quedando el valor -3 $-3 = 2t$	$\rightarrow$	Al cambiar el valor 2 de lugar, como estaba multiplicando, pasará al otro lado dividiendo al valor -3 $-\frac{3}{2} = t$

1.4.4 Caída libre

En este movimiento los cuerpos describen una trayectoria rectilínea de arriba hacia abajo con aceleración constante e igual a la gravedad.

$$a = g = 9.81\frac{m}{s^2}$$

Los cuerpos en caída libre son acelerados hacia el centro de la tierra y su velocidad aumenta de manera uniforme con respecto al tiempo.



Fórmulas			
$v = g * t$	$v = \sqrt{2g * h}$	$h = \frac{g*t^2}{2}$	$t = \frac{\sqrt{2h}}{g}$

Donde			
$t = tiempo\ [s]$	$h = altura\ [m]$	$v = velocidad \left[\frac{m}{s}\right]$	$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$

Ejemplo 1:

Se deja caer un cuerpo desde la parte más alta de un edificio y tarda 4 segundos en llegar al suelo, calcular la altura del edificio.

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$ $t = 4\ s$ $h = ¿?$	$h = \frac{g*t^2}{2}$	$h = \frac{\left(9.81 \frac{m}{s^2}\right)(4\ s)^2}{2}$ $h = \frac{\left(9.81 \frac{m}{s^2}\right)(16\ s^2)}{2}$ $h = \frac{156.96\ m}{2}$	$h = 78.48\ m$

Al multiplicar $\left(9.81 \frac{m}{s^2}\right)(4\ s)^2$, da como resultado $156.96\ m$, quedando eliminados los s^2 ya que al realizar la multiplicación estos quedan eliminados porque un valor multiplica y el otro divide, dando como resultado final las unidades que son los metros (m).

Ejemplo 2: Una pelota se deja caer desde un puente de altura H y tarda T segundos en llegar al río que pasa debajo del puente, ¿cuánto tiempo le toma a la pelota recorrer tres cuartas partes de la altura $\left(\frac{3}{4}H\right)$ del puente?

Considere: $T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

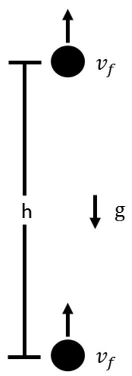
Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$h = \frac{3}{4}H$ $T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ $t = ¿?$	$t = \frac{\sqrt{2h}}{g}$	$t = \frac{\sqrt{2\left(\frac{3}{4}H\right)}}{g} = \frac{\sqrt{\frac{3}{4}(2H)}}{g}$ $t = \sqrt{\frac{3}{4}\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{3}{4}}\sqrt{\frac{2h}{g}}$ $t = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{\sqrt{3}}{2}T$	$t = \frac{\sqrt{3}}{2}T$

Para sacar el tiempo t se utiliza la fórmula $T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, se sustituyen los valores de la altura h, se factorizan los valores y por último se saca raíz cuadrada al numerador y $\sqrt{\frac{2h}{g}}$ se simplifica a T, ya que $T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

1.4.5 Tiro vertical

Movimiento rectilíneo en que los cuerpos describen una trayectoria de abajo hacia arriba con aceleración constante e igual a la gravedad. La velocidad de los cuerpos disminuye de manera uniforme conforme el cuerpo va en ascenso, ya que la gravedad es contraria a la dirección del movimiento. El cuerpo alcanza su altura máxima en el instante en que la velocidad final del cuerpo es cero.



Fórmulas				
$v_f = v_i - g * t$	$v_f^2 = v_i^2 + 2g * h$	$h = v_i * t - \frac{g * t^2}{2}$	$h_{máx} = \frac{v_i^2}{2g}$	$t_s = \frac{v_i}{g}$

Donde		
$v_i = velocidad\ inicial \left[\frac{m}{s}\right]$	$v_f = velocidad\ final \left[\frac{m}{s}\right]$	$h = altura\ [m]$
$h_{máx} = altura\ máxima\ [m]$	$t = tiempo\ [s]$	$t_s = tiempo\ en\ subida\ [s]$

Ejemplo 1:

Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30 m/s. Cuando su velocidad es igual a un tercio de su velocidad de lanzamiento, ¿a qué altura se encuentra la pelota? Considera $g = 10\frac{m}{s^2}$

Solución:

Datos	Fórmula / Despeje	Sustitución	Resultado
$v_i = 30\frac{m}{s}$ $v_f = \frac{1}{3}\left(30\frac{m}{s}\right) = 10\frac{m}{s}$ $g = 10\frac{m}{s^2}$ $h = ¿?$	$v_f^2 = v_i^2 + 2g * h$ $h = \frac{v_i^2 - v_f^2}{2g}$	$h = \frac{\left(30\frac{m}{s}\right)^2 - \left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2\left(10\frac{m}{s^2}\right)}$ $h = \frac{900\frac{m^2}{s^2} - 100\frac{m^2}{s^2}}{20\frac{m}{s^2}} = \frac{800\frac{m^2}{s^2}}{20\frac{m}{s^2}}$ $h = 40\, m$	$h = 40\, m$

Los metros (m) resultan de la división:

$$\frac{\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m}{s^2}}$$

Al resolver la fracción anterior, se eliminan las unidades s^2, ya que $\frac{s^2}{s^2} = 1$, pero no las m^2, debido a que $\frac{m^2}{m} = m$, quedando las unidades m en el resultado.

Ejemplo 2:

Se lanza verticalmente hacia arriba un cuerpo con una velocidad v_0 y tarda un tiempo t_0 en alcanzar su altura máxima, ¿en cuánto tiempo la velocidad del cuerpo será un cuarto de su velocidad inicial?

Solución:

Datos	Fórmula / Despeje	Sustitución	Resultado
$v_i = v_0$ $v_f = \frac{1}{4}v_0$ $t_0 = \frac{v_0}{g}$ $Gravedad = g$ $t = ¿?$	$v_f = v_i - g * t$ $t = \frac{v_i - v_f}{g}$	$t = \frac{v_0 - \frac{1}{4}v_0}{g} = \frac{\frac{3}{4}v_0}{g}$ $t = \frac{3}{4}\frac{v_0}{g} = \frac{3}{4}t_0$	$t = \frac{3}{4}t_0$

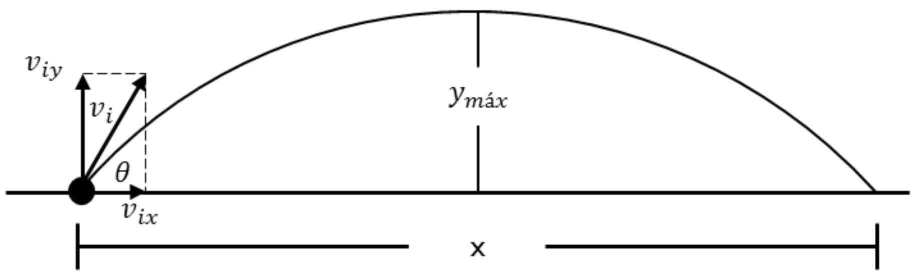
Las unidades de tiempo inicial t_0 se obtienen al descomponer la división $\frac{\frac{3}{4}v_0}{g}$ en:

$$\frac{3}{4}\frac{v_0}{g}$$

Quedando las unidades t_0 como resultado final, debido a que $\frac{v_0}{g} = t_0$

1.4.6 Movimiento de proyectiles (tiro parabólico)

Movimiento uniformemente acelerado bidimensional con aceleración igual a la gravedad, en la que los cuerpos son disparados con una velocidad, la cual forma un ángulo de inclinación con la horizontal, en este movimiento la trayectoria descrita por los cuerpos es parabólica.



Donde	
$v_i =$ *velocidad inicial*	$\theta =$ *ángulo de inclinación*
$v_{ix} =$ *componente horizontal de la velocidad inicial*	$v_{iy} =$ *componente vertical de la velocidad inicial*

Componentes de la velocidad inicial:

$$v_{ix} = v_i * \cos cos\, \theta$$

$$v_{iy} = v_i * \theta$$

Características del tiro parabólico

La velocidad del proyectil para un tiempo t de vuelo es:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}\, donde\; v_x = v_{ix} = v_i * \cos cos\, \theta \; y \; v_y = v_{iy} - g * t = v_i * \theta - g * t$$

La componente horizontal de la velocidad es constante e igual a la componente inicial, la componente vertical disminuye conforme el proyectil asciende. Cuando la componente vertical de la velocidad es cero, en ese instante alcanza su altura máxima.

- La altura máxima que alcanza un proyectil se obtiene mediante esta fórmula:

$$y_{máx} = \frac{v_i^2 * sen^2 \theta}{2g} = \frac{(v_i * \theta)^2}{2g}$$

- El alcance horizontal se obtiene con la fórmula:

$$x = \frac{v_i^2 * sen\, 2\, \theta}{g}$$

- El tiempo que tarda el proyectil en alcanzar su altura máxima se obtiene con la fórmula:

$$t = \frac{v_i * sen\, \theta}{g}$$

El tiempo total de vuelo de un proyectil es el doble de tiempo que tarda en alcanzar su altura máxima. La magnitud de la velocidad con que es disparado un proyectil es igual a la magnitud de la velocidad con que se impacta con la superficie, suponiendo que ésta es completamente horizontal.

Ejemplo 1:

Un proyectil se dispara con una velocidad de 50 m/s y forma un ángulo de 45° con la horizontal, ¿cuál es la altura máxima que alcanza el proyectil? Considera g= 10 m/s^2.

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado
$v_i = 50\frac{m}{s}$ $\theta = 45°$ $g = 10\frac{m}{s^2}$	$y_{máx} = \frac{v_i^2 * sen^2 \theta}{2g}$	$y_{máx} = \frac{\left(50\frac{m}{s}\right)^2 sen^2\, 45°}{2\left(10\frac{m}{s^2}\right)}$	$y_{máx} = 62.5\, m$

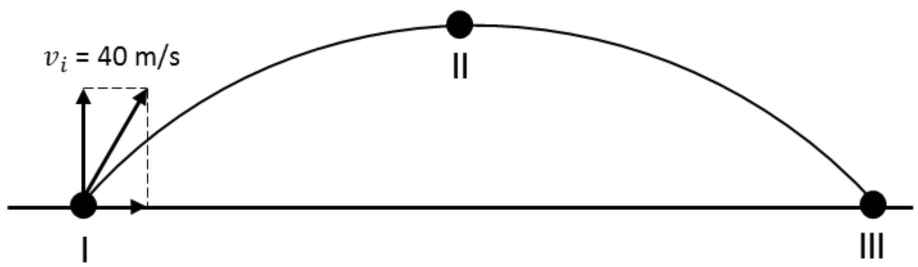
$y_{máx} = ¿?$		$y_{máx} = \frac{\left(2500 \frac{m^2}{s^2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}{20 \frac{m}{s^2}}$ $y_{máx} = \frac{125 \frac{m^2}{s^2}}{20 \frac{m}{s^2}}$	

Los metros (m) resultan de la división:

$$\frac{\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m}{s^2}}$$

Al resolver la fracción anterior, se eliminan las unidades s^2, ya que $\frac{s^2}{s^2} = 1$, pero no las m^2, debido a que $\frac{m^2}{m} = m$, quedando las unidades m en el resultado.

Ejemplo 2: Un proyectil es disparado con una velocidad de 40 m/s y un ángulo de inclinación respecto a la horizontal de 60°:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

1. La componente horizontal de la velocidad en el punto II es de 20 m/s y la componente vertical es cero.
2. Las componentes horizontal y vertical de la velocidad en el punto I es de 20 m/s y 34.65 m/s respectivamente.
3. La componente horizontal en el punto III es cero y la componente vertical es de 20 m/s.
4. En el punto II ambas componentes de la velocidad son iguales.

Solución:

Datos	Fórmula	Sustitución	Resultado de $v_{ix}\, y\, v_{iy}$
$v_i = 40\frac{m}{s}$ $\theta = 60°$ $v_{ix} = ¿?$ $v_{iy} = ¿?$	$v_{ix} = v_i * \cos cos\ \theta$ $v_{iy} = v_i * \theta$ $\cos cos\ 60° = \frac{1}{2} = 0.5$ $sen\ 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$	$v_{ix} = \left(40\frac{m}{s}\right) \cos cos\ 60°$ $v_{ix} = \left(40\frac{m}{s}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = 20\frac{m}{s}$ $v_{iy} = \left(40\frac{m}{s}\right)60°$ $v_{iy} = \left(40\frac{m}{s}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 34.64\frac{m}{s}$	$v_{ix} = 20\frac{m}{s}$ $v_{iy} = 34.64\frac{m}{s}$

A partir de los resultados obtenidos las afirmaciones correctas son la 1 y 3.

Las unidades $\frac{m}{s}$ son las resultantes en el componente horizontal y vertical de la velocidad inicial, debido a que en las multiplicaciones $v_{ix} = v_i * \cos cos\ \theta$ y $v_{iy} = v_i * \theta$, los resultados mantienen dichas unidades.